



Suites

Les cours seront progressivement mis en ligne sur le site <http://bardou.maths.free.fr>.
Par ailleurs, des tutoriels sont disponibles sur la chaîne Youtube : <https://www.youtube.com/@BardouMaths>.

1. Qu'est-ce qu'une suite et comment peut-on la définir ?

A. Exemple de suite quelconque

Une **suite numérique** est une liste de nombres. Voici un premier exemple de suite, que l'on appellera la suite (U) :

Nombre
Nom du nombre	u_0	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	u_7	u_8

Définition 1.1 Dans la notation u_5 , le numéro "5" correspond à la "place" du nombre dans la liste, comme le "dossard" du nombre. Cela s'appelle **l'indice**. Les nombres qui composent la suite s'appellent les **termes** de la suite.

Exercice 1.1 Voici une suite (U), composée des nombres $u_0, u_1, \text{etc...}$:
7 ; 78 ; 8, 1 ; -4 ; 0 ; 0 ; 145 ; -12.5 ; 2 ; -4 ; 6 ; -8 ; 10 ; -152 ; 1.5

1. Quel est le nombre u_0 ?
2. Quel est le nombre u_5 ?
3. Combien vaut $u_2 + u_3$?
4. Combien vaut $u_1 \times u_5$?

B. Suite définie explicitement ("directement en fonction de n ")

On peut aussi définir une suite par une "formule", où la valeur de chaque nombre de la suite (chaque terme) dépend de son "numéro de dossard" (de son indice).

Exemple 1.1 Soit (U) la suite définie, pour tout n , par $u_n = n^2 + 3$.
Alors $u_0 = 0^2 + 3 = 3$; $u_1 = 1^2 + 3 = 4$; $u_2 = 2^2 + 3 = 7$, etc...

Définition 1.2 Lorsqu'une suite (U) est définie par une égalité qui, pour tout n , permet de calculer la valeur du terme u_n à partir de son indice n , on dit que la suite est définie **explicitement**.

Propriété 1.1 Lorsqu'une suite est définie de manière explicite, on peut calculer n'importe quel terme, par exemple le terme u_{100} , sans avoir besoin de connaître les termes précédents.

Exercice 1.2 Soit (U) la suite définie explicitement par $u_n = 3 \times n - 1$. Calculer :

- $u_0 = \dots\dots\dots$
- $u_5 = \dots\dots\dots$
- $u_{10} = \dots\dots\dots$
- $u_{100} = \dots\dots\dots$

Exercice 1.3 Calculer les cinq premiers termes de la suite définie par $v_n = \frac{n+3}{n+1}$

- $v_0 = \dots\dots\dots$
- $v_1 = \dots\dots\dots$
- $v_2 = \dots\dots\dots$
- $v_3 = \dots\dots\dots$
- $v_4 = \dots\dots\dots$

Exercice 1.4 Fabienne, qui pratique le football en salle, a pris une carte d'abonnement à 20€, ce qui lui permet l'accès à la salle et des séances à tarif réduit de 4€.

- Quel est le prix total payé pour 5 séances pratiquées ?
.....
.....
- On note p_n le prix payé pour n séances. exprimer p_n en fonction de n .
.....
.....
- Comment appelle-t-on ce mode de définition de la suite p_n ?
.....
.....

C. Suite définie par récurrence ("chaque terme en fonction du précédent")

On peut aussi définir une suite "de proche en proche", quand la valeur de chaque terme est calculée à partir de celle du terme précédent.

Exemple 1.2 Soit (U) la suite définie, pour tout n , par $u_0 = 1$, et $u_{n+1} = u_n + 5$. Ici on part de la valeur $u_0 = 1$, et on obtient chaque terme en ajoutant 5 au précédent
On obtient : $u_0 = 1$; $u_1 = 1 + 5 = 6$; $u_2 = 6 + 5 = 11$, etc...

Définition 1.3 Lorsqu'une suite (U) est définie par une égalité qui permet de calculer la valeur d'un terme à partir du précédent, on dit que la suite est définie **par récurrence**.

Propriété 1.2 Lorsqu'une suite est définie par récurrence, on ne peut pas calculer "directement" n'importe quel terme, il faut d'abord connaître tous les termes précédents.

Exercice 1.5 Soit (U) la suite définie par $u_0 = 2$, et $u_{n+1} = 2 \times u_n - 1$. Calculer :

- $u_1 = \dots\dots\dots$
- $u_2 = \dots\dots\dots$
- $u_3 = \dots\dots\dots$
- $u_4 = \dots\dots\dots$

Exercice 1.6 Calculer les cinq premiers termes de la suite définie par $u_1 = 4$ et $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n$

- $u_2 = \dots\dots\dots$
- $u_3 = \dots\dots\dots$
- $u_4 = \dots\dots\dots$
- $u_5 = \dots\dots\dots$
- $u_6 = \dots\dots\dots$

Exercice 1.7 Une voiture neuve vaut 12 000 €. On estime que chaque année, sa valeur diminue de 600 €.

- Définir une suite pouvant représenter l'évolution du prix de la voiture.
.....
.....
.....

- Si je veux revendre la voiture après 5 ans, à quel prix la vendrai-je ?
-
-
-

Exercice 1.8 On note u_0 la somme que j'ai à l'année "zéro", u_n à l'année n , etc...

A l'année "zéro", je place 300e sur un compte épargne.

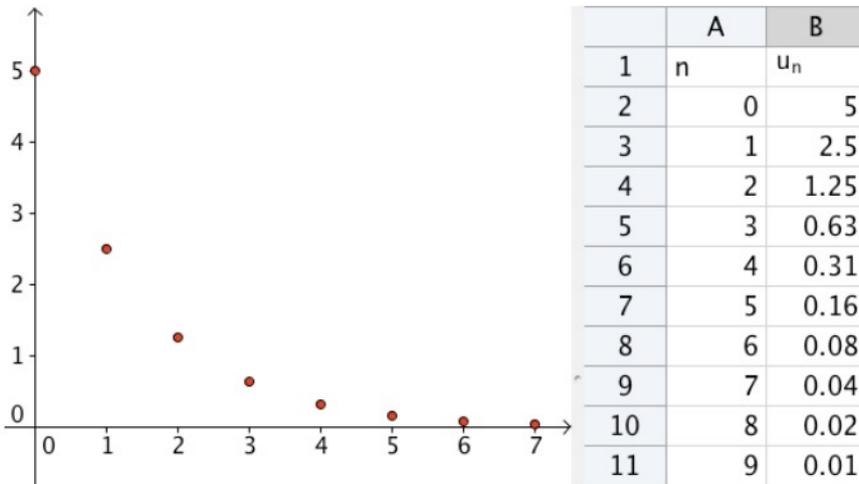
Ce compte rapporte 4% par an (augmenter de 4%, c'est multiplier par $1 + \frac{4}{100} = 1,04$).

- Combien aurai-je à l'année 1 ?
- Combien aurai-je à l'année 2 ?
- Combien aurai-je à l'année 3 ?
- Écrire u_{n+1} en fonction de u_n
- Peut-on écrire une formule pour calculer directement u_n en fonction de n (sans avoir besoin des valeurs précédentes) ?

2. Représentation graphique et sens de variation

A. Représentation graphique

On placera en abscisse les indices (n) et en ordonnée les valeurs (valeur de u_n).

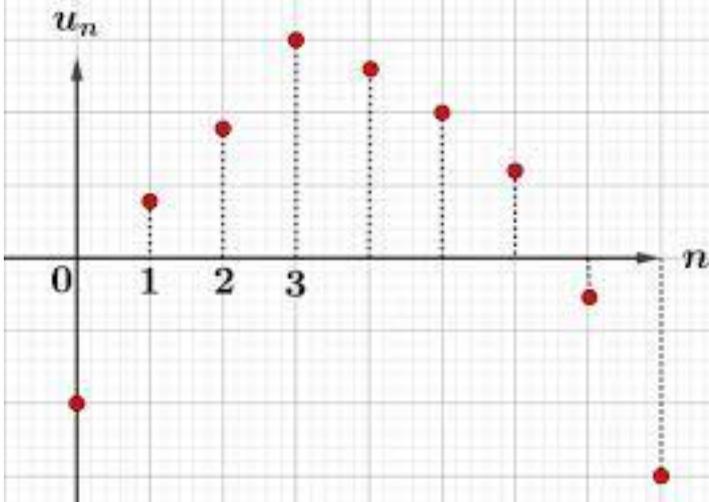


Exercice 1.9 A la calculatrice (ou à la main si vous n'avez pas de calculatrice), représenter graphiquement :

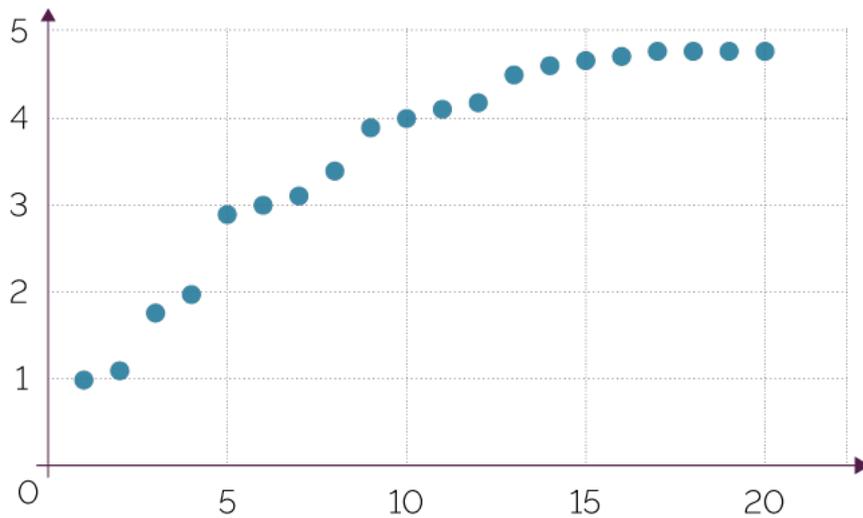
- La suite définie explicitement par $u_n = 2^n$
Prise de notes sur le mode d'emploi de ma calculatrice :
.....
.....
.....
- La suite définie par récurrence par : $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = 2 \times u_n - 3$
Prise de notes sur le mode d'emploi de ma calculatrice :
.....
.....
.....

B. Sens de variation

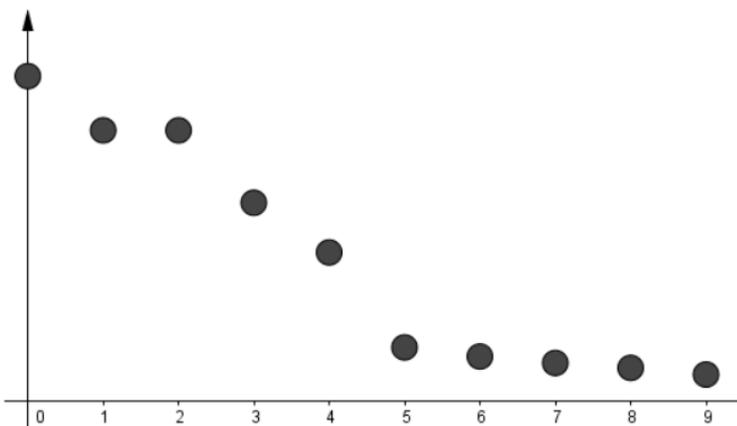
La plupart des suites n'ont pas de sens de variation particulier :



Définition 1.4 Une suite est dite **croissante** lorsque ses termes prennent des valeurs de plus en plus grandes.



Définition 1.5 Une suite est dite **décroissante** lorsque ses termes prennent des valeurs de plus en plus grandes.



Exercice 1.10 A la calculatrice (ou à la main si vous n'avez pas de calculatrice), représenter graphiquement les suites ci-dessous et dire si elles sont croissantes, décroissantes, ou ni l'un ni l'autre (dans ce cas on dit que la suite n'est **pas monotone**) :

- $u_0 = 7$ et $u_{n+1} = -5 + u_n$; la suite est
- $v_n = n^2 - 4$; la suite est
- $u_n = 4 - 3n$; la suite est

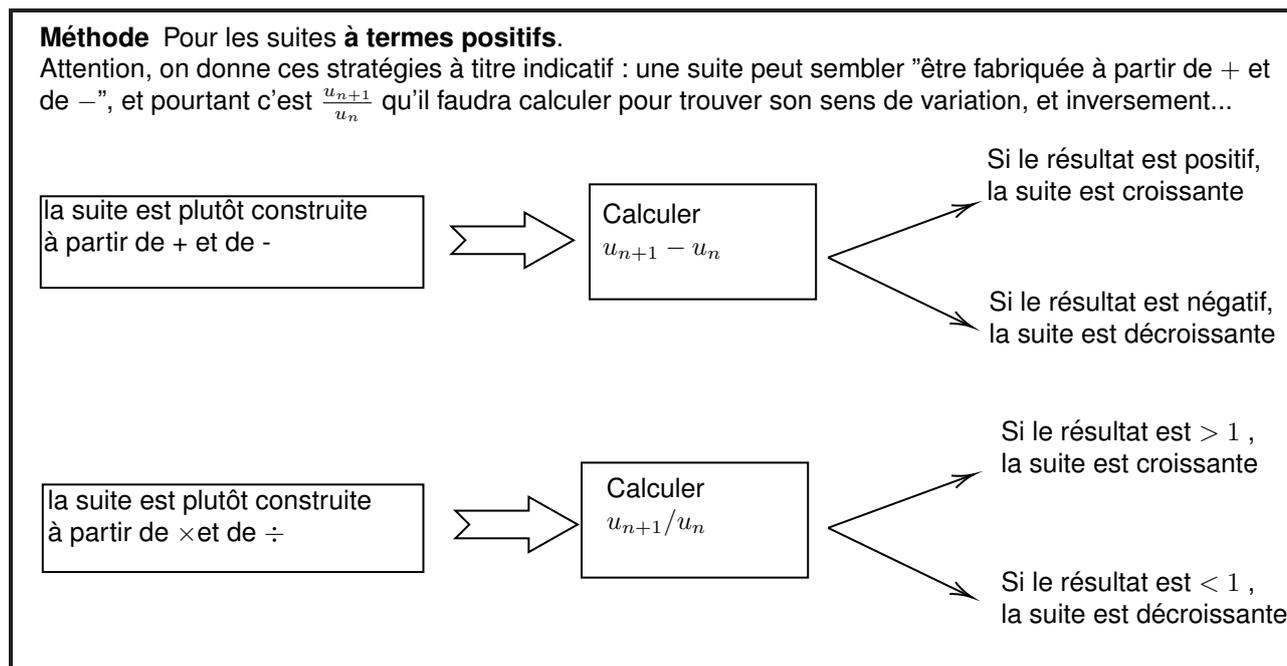
Prise de notes sur le mode d'emploi de ma calculatrice :

.....

.....

.....

.....



Exercice 1.11 Par le calcul, à l'aide la méthode ci-dessus, dire si les suites proposées sont croissantes, décroissantes, ou ni l'un ni l'autre (dans ce cas on dit que la suite n'est **pas monotone**) :

- $u_n = (1,5)^n$

.....

.....

.....

.....

- $u_{n+1} = u_n + 4$

.....

.....

.....

.....